Contents

Préface

Quatre des meilleurs algébristes d'aujourd'hui (j'aimerais dire, comme jadis, «géomètres», au sens noble mais hélas désuet du terme) nous donnent ce beau *Livre des Involutions*, qu'ils me demandent de préfacer.

Quel est le propos de l'ouvrage et à quels lecteurs s'adresse-t-il ? Bien sûr il y est souvent question d'involutions, mais celles-ci sont loin d'être omniprésentes et le titre est plus l'expression d'un état d'âme que l'affirmation d'un thème central. En fait, les questions envisagées sont multiples, relevant toutes de domaines importants des mathématiques contemporaines ; sans vouloir être exhaustif (ceci n'est pas une introduction), on peut citer :

- les formes quadratiques et les algèbres de Clifford,
- les algèbres associatives centrales simples (ici les involutions, et notamment celles de seconde espèce, se taillent une place de choix !) mais aussi les algèbres alternatives et les algèbres de Jordan,
- les algèbres de Hopf,
- les groupes algébriques, principalement semi-simples,
- la cohomologie galoisienne.

Pour ce qui est du public concerné, la lecture ou la consultation du livre sera profitable à un large éventail de mathématiciens. Le non-initié y trouvera une introduction claire aux concepts fondamentaux des domaines en question ; exposés le plus souvent en fonction d'applications concrètes, ces notions de base sont présentées de façon vivante et dépouillée, sans généralités gratuites (les auteurs ne sont pas adeptes de grandes théories abstraites). Le lecteur déjà informé, ou croyant l'être, pourra réapprendre (ou découvrir) quelques beaux théorèmes jadis «bien connus» mais un peu oubliés dans la littérature récente, ou au contraire, voir des résultats qui lui sont en principe familiers exposés sous un jour nouveau et éclairant (je pense par exemple à l'introduction des algèbres trialitaires au dernier chapitre). Enfin, les spécialistes et les chercheurs auront à leur disposition une référence précieuse, parfois unique, pour des développements récents, souvents dûs aux auteurs eux-mêmes, et dont certains sont exposés ici pour la première fois (c'est par exemple le cas pour plusieurs résultats sur les invariants cohomologiques, donnés à la fin du chapitre 7).

Malgré la grande variété des thèmes considérés et les individualités très marquées des quatre auteurs, ce Livre des Involutions a une unité remarquable. Le ciment un peu fragile des involutions n'est certes pas seul à l'expliquer. Il y a aussi, bien sûr, les interconnections multiples entre les sujets traités ; mais plus déterminante encore est l'importance primordiale accordée à des structures fortes, se prêtant par exemple à des théorèmes de classification substantiels. Ce n'est pas un hasard si les algèbres centrales simples de petites dimensions (trois et quatre), les groupes exceptionnels de type G_2 et F_4 (on regrette un peu que Sa Majesté E_8

fasse ici figure de parent pauvre), les algèbres de composition, . . . , reçoivent autant d'attention.

On l'a compris, ce Livre est tout à la fois un livre de lecture passionnant et un ouvrage de référence d'une extrême richesse. Je suis reconnaissant aux auteurs de l'honneur qu'ils m'ont fait en me demandant de le préfacer, et plus encore de m'avoir permis de le découvrir et d'apprendre à m'en servir.

Jacques Tits