

# TABLE DES MATIÈRES

Synopsis of main results .....	ix
Synopsis des résultats principaux .....	xiii
<b>0. Introduction (in English)</b> .....	<b>1</b>
0.1. Poincaré polynomials of configuration spaces .....	2
0.2. Generalized configuration spaces .....	4
0.3. $i$ -acyclic spaces .....	5
0.4. The fundamental complex of $X$ for $\Delta_{\leq \ell} X^m$ .....	5
0.5. The Poincaré polynomials of $\Delta_{\ell} X^m$ and $\Delta_{\leq \ell} X^m$ .....	6
0.6. The character of $H_c(\Delta_{\ell} X^m)$ .....	7
0.7. The families of representations $\{\mathcal{S}_m : H^i(\Delta_{\ell} X^m)\}_m$ .....	8
0.8. Basic spectral sequences .....	12
0.9. The character of $H_c(F_m(X))$ .....	14
0.10. The Poincaré polynomial of $H_c(F_m(X)/H)$ .....	14
0.11. Stationary rank of the sequence $\{\text{Betti}_{\text{BM}}^i(BF_m(M))\}_m$ .....	15
0.12. Degeneracy of the Leray spectral sequences .....	16
0.13. Miscellanea of $i$ -acyclic spaces .....	17
0.14. About hypotheses .....	17
0.15. Other approaches .....	17
<b>0. Introduction (en français)</b> .....	<b>19</b>
0.1. Polynômes de Poincaré des espaces de configuration .....	20
0.2. Les espaces de configuration généralisés .....	22
0.3. Les espaces $i$ -acycliques .....	23
0.4. Le complexe fondamental de $X$ pour $\Delta_{\leq \ell} X^m$ .....	24
0.5. Les polynômes de Poincaré de $\Delta_{\ell} X^m$ et de $\Delta_{\leq \ell} X^m$ .....	24
0.6. Le caractère de $H_c(\Delta_{\ell} X^m)$ .....	25
0.7. Les familles de représentations $\{\mathcal{S}_m : H^i(\Delta_{\ell} X^m)\}_m$ .....	27
0.8. Les suites spectrales basiques .....	30
0.9. Le caractère de $H_c(F_m(X))$ .....	33
0.10. Les polynôme de Poincaré de $H_c(F_m(X)/H)$ .....	33
0.11. Rangs de stabilité des familles $\{\text{Betti}_{\text{BM}}^i(BF_m(M))\}_m$ .....	34
0.12. La dégénérescence des suites spectrales de Leray .....	34

0.13. Exemples et contre-exemples d'espaces $i$ -acycliques .....	35
0.14. À propos des hypothèses .....	36
0.15. D'autres approches .....	36
<b>1. Espaces <math>i</math>-acycliques .....</b>	<b>39</b>
1.1. Généralités sur les espaces topologiques considérés .....	39
1.2. Cohomologies .....	39
1.3. Résolution $\Phi$ -molle canonique .....	40
1.4. Suite exacte longue de cohomologies à support compact .....	40
1.5. Isomorphismes de Künneth .....	41
1.6. Espaces $i$ -acycliques et $\cup$ -acycliques .....	41
1.7. $i$ -acyclicité .....	41
1.8. (Totale) $\cup$ -acyclicité .....	41
1.9. Caractérisations de la $i$ -acyclicité .....	42
1.10. Complémentaires des parties finies d'un espace $i$ -acyclique .....	44
1.11. Trivialité de la monodromie de $H_c(X \setminus \mathbf{a})$ .....	44
<b>2. Espaces de configuration généralisés .....</b>	<b>47</b>
2.1. Définitions et notations .....	47
2.2. Fibrations des espaces de configuration généralisés .....	48
2.3. Sous-espaces $F_p(X)$ et décomposition de $\Delta_\ell X^m$ .....	50
2.4. Dimension et finitude cohomologique de $\Delta_{\gamma_\ell} X^m$ .....	51
<b>3. Théorèmes de scindageet complexes fondamentaux .....</b>	<b>53</b>
3.1. Théorème de scindage pour $\Delta_{\leq \ell} X^m$ .....	53
3.2. Complexe fondamental de $X$ pour $\Delta_{\leq \ell} X^m$ .....	56
3.3. Le théorème de scindage pour $\Delta_{\leq \ell} F^\lambda(X)$ .....	56
3.4. Sous-espaces $F^q(X)$ et sous-groupes $\mathfrak{S}^q \subseteq \mathfrak{S}_m$ .....	59
3.5. Complexe fondamental de $X$ pour $\Delta_{\leq \ell} F^q(X)$ .....	61
3.6. Complexes fondamentaux et suite spectrales .....	61
<b>4. Cohomologie des espaces de configuration, cas <math>i</math>-acyclique .....</b>	<b>65</b>
4.1. Généralités sur le polynôme de Poincaré .....	65
4.2. Polynômes de Poincaré de $F_m(X)$ et de $\Delta_{\leq m-1} X^m$ .....	66
4.3. Polynômes de Poincaré de $\Delta_{\leq \ell} X^m$ .....	69
4.4. Polynôme universel pour $\Delta_{\leq \ell} X^m$ .....	69
<b>5. Représentations du groupe symétrique .....</b>	<b>71</b>
5.1. Notations pour le décompositions et les diagrammes de Young .....	71
5.2. Décomposition ouverte $\mathfrak{S}_m$ -stable de $\Delta_\ell M^m$ .....	72
5.3. Foncteurs d'induction $\text{ind}_{G_\lambda}^{\mathfrak{S}_m}$ et $\Upsilon_\ell^m$ .....	73
5.4. Opérateurs d'inductions itérées $\Upsilon(\sigma)$ et $\Theta_\ell^m$ .....	75
<b>6. Cohomologie des espaces de configuration, cas général .....</b>	<b>77</b>
6.1. Cohomologie de Borel-Moore .....	77

6.2. Images-inverses en <i>cohomologie</i> de Borel-Moore .....	79
6.3. Approximation de $H_{\text{BM}}(F_m(M))$ à l'aide d'espaces <i>i</i> -acycliques .....	83
6.4. Une suite spectrale pour $H_{\text{BM}}(\Delta_m(M_X^m \setminus M_x^m))$ .....	84
6.5. La suite spectrale « basique » pour $H_{\text{BM}}(F_m(M))$ .....	92
6.6. Naturalité de la suite spectrale basique pour $H_{\text{BM}}(F_m(M))$ .....	94
6.7. Relèvement spectral de $p_m^* : H_{\text{BM}}^i(F_m(M)) \rightarrow H_{\text{BM}}^i(F_{m+1}(M))$ .....	104
<b>7. Stabilité des familles de représentations</b> .....	109
7.1. Motivations .....	109
7.2. Catégorie des FI-modules .....	110
7.3. Caractères polynomiaux et stabilité des FI-modules .....	113
7.4. Monotonie et stabilité des FI-modules .....	115
7.5. Poids d'un FI-module .....	118
7.6. Les FI-modules $\mathcal{M}_a^H(W)$ . .....	121
7.7. Catégorie des FB-modules .....	122
7.8. Les FI-modules $\mathcal{M}(\lambda)$ et $\mathcal{V}(\lambda)$ .....	122
7.9. Monotonie, stabilité et co-invariants .....	125
<b>8. Foncteurs d'induction dans <math>\text{Mod}(k[\text{FI}])</math></b> .....	133
8.1. Les foncteurs d'induction $\text{ind}_\lambda$ et $\text{ind}_{\rho,\lambda}$ .....	133
8.2. Les foncteurs d'induction $\Upsilon^a$ , $\Upsilon(\mathbf{a})$ et $\Theta^a$ .....	142
<b>9. Stabilité des familles <math>\{\mathcal{S}_m : H_{\text{BM}}^i(\Delta_{?m-a}M^m)\}_m</math></b> .....	145
9.1. Structure de FI-module de $\{H_{\text{BM}}^i(\Delta_{?m-a}M^m)\}_m$ .....	145
9.2. Les familles de représentations $\{H_{\text{BM}}^i(\Delta_{?m-a}M^m)\}_m$ .....	147
9.3. Stabilité des familles de représentations $\{H_{\text{BM}}^i(\Delta_{?m-a}M^m)\}_m$ .....	150
<b>10. Calcul du caractère de <math>\mathcal{S}_m</math>-module de <math>H_c(F_m(X))</math></b> .....	163
10.1. Série de caractères de $\mathcal{S}_m$ .....	163
10.2. Séries de caractères de $F^q(X)$ .....	164
10.3. Séries de traces pour un <i>m</i> -cycle .....	164
10.4. Séries des traces pour une puissance d'un <i>m</i> -cycle .....	166
10.5. Séries des traces pour une permutation générale .....	169
10.6. Comparaison entre $\chi_c(F_m(X))$ et $\chi_c(F_m(X \setminus \mathbf{a}))$ .....	171
10.7. Comparaison entre $\chi_c(F_{b+a}(X))$ et $\chi_c(F_b(X \setminus \mathbf{a})) \cdot \chi_c(F_a(X))$ .....	172
<b>11. Quotients d'espaces de configuration généralisés</b> .....	175
11.1. Polynômes de Poincaré de $(\Delta_{?l}X^m)/H$ .....	175
11.2. Espace de configurations cycliques $CF_m(X)$ .....	176
11.3. Espace de configuration non-ordonné $BF_m(X)$ .....	177
11.4. Sur le rang de stabilité de la famille $\{\text{Betti}_{\text{BM}}^i(BF_m(M))\}_m$ .....	179
11.5. Stabilité de $\{\text{Betti}_{\text{BM}}^i(BF_m(X))\}_m$ , pour <i>X</i> <i>i</i> -acyclique. ....	182
11.6. Stabilité de $\{\text{Betti}_{\text{BM}}^i(BF_m(M))\}_m$ , cas général .....	188
11.7. Stabilité de $\{\text{Betti}_{\text{BM}}^i(\Delta_{?m-a}(M^m)/\mathcal{S}_m)\}_m$ , cas général .....	191

<b>12. Suites spectrales de Leray</b> .....	193
12.1. Cohomologie à support $\pi$ -propre .....	193
12.2. Localisation du théorème de scindage .....	196
12.3. Constance des faisceaux de cohomologie à support $\pi$ -propre .....	199
12.4. Dégénérescence des suites spectrales de Leray .....	203
<b>13. Questions diverses sur les espaces <math>i</math>-acycliques</b> .....	211
13.1. Recouvrements fermés $i$ -acycliques .....	211
13.2. Espaces de configuration généralisés .....	211
13.3. Variétés toriques affines .....	213
13.4. Groupes de Lie non-compacts .....	213
13.5. Ouverts $i$ -acycliques de $\mathbb{P}_n(\mathbb{R})$ .....	214
13.6. Ouverts $i$ -acycliques de $\mathbb{P}_n(\mathbb{C})$ .....	214
13.7. Ouverts non $i$ -acycliques de $\mathbb{P}_n(\mathbb{C})$ .....	216
13.8. Courbes algébriques $i$ -acycliques .....	217
13.9. Bouquet d'espaces $i$ -acycliques .....	218
13.10. Sommes amalgamées d'espaces $i$ -acycliques .....	219
13.11. La bouteille de Klein épointée .....	221
13.12. Revêtements non $i$ -acycliques à base $i$ -acyclique .....	224
13.13. Fibrations non $i$ -acycliques à fibre et base $i$ -acycliques .....	225
<b>14. Rappels sur les nombres de Stirling</b> .....	227
14.1. Factorielles croissantes et décroissantes .....	227
14.2. Nombres de Stirling de première espèce .....	227
14.3. Nombres de Stirling de deuxième espèce .....	228
14.4. Nombres de Stirling non signés et cardinaux .....	230
<b>Bibliographie</b> .....	233
<b>Notations</b> .....	237
<b>Index</b> .....	245