

3. L. Gillman and M. Henriksen, *Concerning rings of continuous functions*, Trans. Amer. Math. Soc. vol. 77 (1954) pp. 340–362.
4. ———, *Rings of continuous functions in which every finitely generated ideal is principal*, Trans. Amer. Math. Soc. vol. 82 (1956) pp. 366–391.
5. L. Gillman, M. Henriksen and M. Jerison, *On a theorem of Gelfand and Kolmogoroff concerning maximal ideals in rings of continuous functions*, Proc. Amer. Math. Soc. vol. 5 (1954) pp. 447–455.
6. E. Hewitt, *Rings of real-valued continuous functions I*, Trans. Amer. Math. Soc. vol. 64 (1948) pp. 45–99.
7. J. G. Horne, *On the ideal structure of certain semirings and compactification of topological spaces*, to appear in Trans. Amer. Math. Soc.
8. J. L. Kelley, *General topology*, New York, Van Nostrand, 1955.
9. N. H. McCoy, *Rings and ideals*, Mathematical Association of America, 1948.
10. A. N. Milgram, *Multiplicative semigroups of continuous functions*, Duke Math. J. vol. 16 (1949) pp. 377–383.

UNIVERSITY OF KENTUCKY

CORRESPONDANCES SINGULIÈRES PAR PARALLÉLISME DES PLANS TANGENTS DES DEUX SURFACES

PAVEL DRĂGILĂ

1. En étudiant la correspondance par parallélisme des plans tangents, dans les points homologues des deux surfaces, Peterson et ses continuateurs ont établi qu'en cas de cette correspondance, sur chaque surface il y a deux directions qui sont parallèles aux directions correspondantes sur l'autre surface. Ils croyaient avoir démontré aussi que ces directions déterminent toujours sur les deux surfaces des réseaux conjugués. Nous savons déjà que cette dernière assertion n'est pas exacte.

Nous nous sommes proposé un nouveau problème, qui semble présenter d'importance: chercher s'il y en a des couples de deux surfaces en correspondance de parallélisme, de manière qu'elle existe sur une surface une seule direction, tangente à une courbe de coordonnées, qui soit parallèle à la direction correspondante sur l'autre surface, et, s'il est possible, de déterminer effectivement des telles surfaces.

Nous désignons la première surface par $S(x, y, z)$, la seconde par $\bar{S}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ et les dérivées partielles $\partial r/\partial u$, $\partial r/\partial v$, $\partial^2 r/\partial u\partial v \dots$ par r_u , r_v , $r_{uv} \dots$.

Dans ce cas les coordonnées des deux surfaces doivent satisfaire l'un des deux systèmes:

Received by the editors August 15, 1957 and, in revised form, December 6, 1957.

$$\begin{cases} \bar{r}_u = ar_u + br_v, \\ \bar{r}_v = cr_v, \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{r}_u = ar_u + br_v, \\ \bar{r}_v = cr_u. \end{cases}$$

Nous avons étudié ces deux systèmes et nous avons prouvé qu'il y a des couples des surfaces pour chaqu'un de ces deux systèmes, sur lesquelles elle existe seulement une direction parallèle.

2. Considérons en premier lieu le système

$$(1) \quad \begin{aligned} \bar{r}_u &= r_u - r_v, \\ \bar{r}_v &= r_v. \end{aligned}$$

Il est bien visible que sur la première surface S il y a un vecteur r_v , qui est parallèle au vecteur correspondant \bar{r}_v sur la seconde surface \bar{S} . Cherchons maintenant a faire un changement des paramètres curvilignes

$$u = \phi(s, t), \quad v = \psi(s, t),$$

de manière que nous trouvons une paire des vecteurs r_s, r_t , sur la première surface, qui soient respectivement parallèles aux vecteurs \bar{r}_s, \bar{r}_t de la deuxième surface. Pour que les lignes s, t ne soient nulpart tangentes, il faut être satisfaite encore la condition

$$\begin{vmatrix} u_s & v_s \\ u_t & v_t \end{vmatrix} \neq 0.$$

En posant les conditions

$$\frac{\bar{r}_s}{r_s} = \lambda, \quad \frac{\bar{r}_t}{r_t} = \mu,$$

c'est-a-dire

$$\begin{aligned} \frac{\bar{x}_u u_s + \bar{x}_v v_s}{x_u u_s + x_v v_s} &= \frac{\bar{y}_u u_s + \bar{y}_v v_s}{y_u u_s + y_v v_s} = \frac{\bar{z}_u u_s + \bar{z}_v v_s}{z_u u_s + z_v v_s} = \lambda, \\ \frac{\bar{x}_u u_t + \bar{x}_v v_t}{x_u u_t + x_v v_t} &= \frac{\bar{y}_u u_t + \bar{y}_v v_t}{y_u u_t + y_v v_t} = \frac{\bar{z}_u u_t + \bar{z}_v v_t}{z_u u_t + z_v v_t} = \mu, \end{aligned}$$

et en effectuant les substitutions

$$\begin{aligned} \frac{(x_u - x_v)u_s + x_v v_s}{x_u u_s + x_v v_s} &= \frac{(y_u - y_v)u_s + y_v v_s}{y_u u_s + y_v v_s} = \frac{(z_u - z_v)u_s + z_v v_s}{z_u u_s + z_v v_s} = \lambda, \\ \frac{(x_u - x_v)u_t + x_v v_t}{x_u u_t + x_v v_t} &= \frac{(y_u - y_v)u_t + y_v v_t}{y_u u_t + y_v v_t} = \frac{(z_u - z_v)u_t + z_v v_t}{z_u u_t + z_v v_t} = \mu, \end{aligned}$$

et les calculs nécessaires, nous trouvons les deux équations

$$\begin{aligned}(x_u y_v - y_u x_v) u_s^2 &= 0, \\ (x_u y_v - y_u x_v) u_t^2 &= 0,\end{aligned}$$

qui sont manifestement impossibles.

En posant

$$\frac{\bar{r}_s}{r_t} = \lambda', \quad \frac{\bar{r}_t}{r_s} = \mu',$$

c'est-à-dire

$$\begin{aligned}\frac{\bar{x}_u u_s + \bar{x}_v v_s}{x_u u_t + x_v v_t} &= \frac{\bar{y}_u u_s + \bar{y}_v v_s}{y_u u_t + y_v v_t} = \frac{\bar{z}_u u_s + \bar{z}_v v_s}{z_u u_t + z_v v_t} = \lambda', \\ \frac{\bar{x}_u u_t + \bar{x}_v v_t}{x_u u_s + x_v v_s} &= \frac{\bar{y}_u u_t + \bar{y}_v v_t}{y_u u_s + y_v v_s} = \frac{\bar{z}_u u_t + \bar{z}_v v_t}{z_u u_s + z_v v_s} = \mu',\end{aligned}$$

et en effectuant les mêmes calculs nous obtenons les deux équations

$$\begin{aligned}u_s u_t + u_s v_t - u_t v_s &= 0, \\ u_t u_s + v_s u_t - u_s v_t &= 0.\end{aligned}$$

En les retranchant nous obtenons la relation

$$2(u_s v_t - v_s u_t) = 0,$$

qui est aussi impossible.

Considérons en second lieu le système

$$(2) \quad \begin{aligned}\bar{r}_u &= r_u - r_v, \\ \bar{r}_v &= k r_u,\end{aligned}$$

k étant une constante qui satisfait la condition

$$k > 1/4.$$

En posant

$$\frac{\bar{r}_s}{r_s} = \lambda, \quad \frac{\bar{r}_t}{r_t} = \mu,$$

et en effectuant les mêmes calculs, nous trouvons les relations

$$\begin{aligned}(x_u y_v - y_u x_v)(u_s^2 + u_s v_s + k v_s^2) &= 0, \\ (x_u y_v - y_u x_v)(u_t^2 + u_t v_t + k v_t^2) &= 0,\end{aligned}$$

qui aussi sont impossibles.

En posant enfin les conditions

$$\frac{\bar{r}_s}{r_t} = \lambda^x, \quad \frac{\bar{r}_t}{r_s} = \mu^x,$$

par le même procédé, nous trouvons les deux équations

$$\begin{aligned} u_s u_t + u_s v_t + k v_s v_t &= 0, \\ u_s u_t + u_t v_s + k v_s v_t &= 0. \end{aligned}$$

En les retranchant, nous trouvons la relation

$$u_s v_t - v_s u_t = 0$$

qui est impossible.

3. On peut déterminer effectivement des couples de deux surfaces qui satisfont ces conditions. Nous avons ainsi trouvé pour le système (1) les surfaces

$$\begin{cases} x = u, \\ y = v, \\ z = 2uv, \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{x} = u, \\ \bar{y} = v - u, \\ \bar{z} = 2uv - u^2 \end{cases}$$

et pour le système (2) les surfaces

$$\begin{cases} x = u, \\ y = v, \\ z = u^2 + 2uv, \end{cases} \quad \begin{cases} \bar{x} = u + v, \\ \bar{y} = -u, \\ \bar{z} = 2uv + v^2. \end{cases} \quad (k = 1)$$

TIMISOARA, ROUMANIA