FORMES DIFFÉRENTIELLES MÉROMORPHES LOCALEMENT EXACTES. COMPLÉMENTS

PAR

PIERRE DOLBEAULT

Introduction. Etant donnés une variété analytique complexe V et un ensemble analytique principal S de V sans singularité, désignons par M_S^p (resp. m_S^p) le faisceau des germes de p -formes différentielles méromorphes (resp. méromorphes fermées) admettant S comme ensemble polaire à la multiplicité un au plus.

Lorsque V est kählérienne compacte et que l'espace fibré $\{S\}$ défini par S est suffisamment ample au sens de Kodaira et Spencer, on a déterminé, dans un article antérieur [4], la dimension du q -ième espace de cohomologie de V à coefficients dans M_S^p , m_S^p et dM_S^p et la dimension d'un espace noté $\mathcal{E}_S^{p+1,q}$ déduit des précédents, pour les valeurs de p satisfaisant à certaines inégalités. Ces compléments ont pour but d'achever les calculs pour toutes les valeurs de p et, grâce à [1], sous des hypothèses un peu plus larges. Le Lemme 6, les Propositions 7, 13, 15, 16 et les Théorèmes 17 et 18 de [4] seront énoncés pour toutes les valeurs de p , sous les mêmes numéros et leurs démonstrations seront complétées, en utilisant les mêmes notations.

1. Définition et Lemmes. On supposera désormais que V est une variété kählérienne compacte, de dimension complexe m . On imposera à l'ensemble analytique principal S de V les conditions suivantes, ou, au moins, certaines d'entre elles:

(1) S est sans singularité;

(2) la classe caractéristique de l'espace fibré $\{S\}$ est représentable (à l'aide du Théorème de de Rham) par une forme différentielle réelle, de type $(1, 1)$: $\gamma = (i/2\pi) \sum X_{\alpha\beta} dz^\alpha \wedge d\bar{z}^\beta$ telle que la forme $\sum X_{\alpha\beta} u^\alpha \bar{u}^\beta$ soit hermitienne, définie positive en chaque point de V ;

(3) pour tout $p \geq 0$ et tout $q \geq 1$, la forme hermitienne

$$\Theta^{p,q}(\gamma, u; z) = \sum (\delta_\tau [X_{\alpha}^{\beta*} - R_{\tau\alpha}^{\beta*}] + p R_{\tau\alpha}^{\sigma*} \beta^\sigma) \times u_{\sigma\tau_2 \dots \tau_p} \beta^{\sigma*} \alpha_2^* \dots \alpha_q^* \bar{u}^{\tau\tau_2 \dots \tau_p} \alpha^{\sigma*} \alpha_2^* \dots \alpha_q^*$$

dans laquelle δ_τ désigne le symbole de Kronecker, $R_{\tau\alpha}^{\sigma*}$ le tenseur de courbure et $u_{\tau_1 \dots \tau_p \alpha_1 \dots \alpha_q}$ un tenseur antisymétrique, est définie positive en chaque point $z \in V$.

L'espace fibré $\{S\}$ satisfaisant aux conditions (2) et (3) sera dit *suffisamment ample au sens de Kodaira et Spencer* [5; 6].

On utilisera les théorèmes suivants:

Received by the editors August 2, 1957.

LEMME A (AKIZUKI ET NAKANO). Si S satisfait aux conditions (1) et (2), alors $H^q(V, \Omega^p(\{S\})) = 0$, pour $p+q \geq m+1$.

C'est un cas particulier du Théorème 1" de [1].

LEMME B (KODAIRA). Si S satisfait aux conditions (1), (2) et (3), alors $H^q(V, \Omega^p(\{S\})) = 0$, pour $1 \leq q \leq m$.

C'est un cas particulier du Théorème 1 de [5].

LEMME C (AKIZUKI ET NAKANO). Si S satisfait aux conditions (1) et (2), l'homomorphisme $H^r(V, C) \rightarrow H^r(S, C)$ induit par l'inclusion de S dans V est un isomorphisme si $r \leq m-2$, un monomorphisme si $r = m-1$.

C'est un cas particulier du Théorème 2 de [1].

LEMME D. Si V est une variété kählérienne compacte, S un ensemble analytique principal satisfaisant aux conditions (1) et (2), alors,

pour $p+q \geq m+1$, on a : $H^{p,q}(V, C) \approx H^{m-q, m-p}(V, C)$;

pour $p+q \geq m$, on a : $H^{p,q}(S, C) \approx H^{m-q-1, m-p-1}(S, C) \approx H^{m-q-1, m-p-1}(V, C)$.

Démonstration. Soit $\mathcal{H}^{r,s}(V, C)$ l'espace vectoriel des formes harmoniques de type (r, s) sur V ; il est canoniquement isomorphe à $H^{r,s}(V, C)$. Soit J la forme fondamentale sur V . On sait (voir par exemple [2, IX.6.c]) que l'application de toute forme harmonique $\psi^{m-q, m-p}$ sur la forme harmonique $\phi^{p,q} = J^{p+q-m} \wedge \psi^{m-q, m-p}$ définit un isomorphisme de $\mathcal{H}^{m-q, m-p}(V, C)$ sur $\mathcal{H}^{p,q}(V, C)$; il en résulte l'isomorphisme $H^{p,q}(V, C) \approx H^{m-q, m-p}(V, C)$.

L'ensemble analytique principal S est sans singularité (Condition (1)), donc c'est une variété kählérienne compacte admettant pour forme fondamentale J_S la forme induite par J sur S et dont la dimension complexe est $m-1$. Si $p+q \geq m$, on a, d'après la première partie du lemme : $H^{p,q}(S, C) \approx H^{m-q-1, m-p-1}(S, C)$.

De plus : $2m-p-q-2 \leq m-2$, alors, d'après le Lemme C, il existe un isomorphisme $H^{2m-p-q-2}(V, C) \approx H^{2m-p-q-2}(S, C)$; cet isomorphisme étant induit par l'inclusion, il respecte le type des classes de cohomologie, ce qui établit la dernière assertion du Lemme D.

2. Résultats auxiliaires.

LEMME 6'. Si V est une variété kählérienne compacte et si S est un ensemble analytique principal de V satisfaisant aux conditions (1) et (2), alors, l'homomorphisme

$$a: K^{0,q}(S, C) \rightarrow K^{0,q+2}(V, C)$$

qui associe, à la classe de cohomologie de toute q -forme fermée ω sur S , la classe de cohomologie du courant ω' sur V défini par

$$\omega'[\psi] = \int_S \omega \wedge \psi$$

possède les propriétés suivantes:

si $q \neq m-1$, c'est un monomorphisme;

si $q = m-1$, c'est un épimorphisme.

Démonstration. La démonstration du Lemme 6 de [4] est valable quand on y remplace le Théorème 2 de [6] par le Lemme C; elle établit le Lemme 6' pour $q < m-3$ et $q \geq m-1$. Reste à montrer que $a: K^{0,m-i}(S, C) \rightarrow K^{0,m-i+2}(V, C)$ pour $i=2, 3$ est un monomorphisme.

On a vu [4] que $a = h' \circ j \circ h$, où h et h' sont des isomorphismes et j l'homomorphisme $H_{m+i-2}(S, C) \rightarrow H_{m+i-2}(V, C)$ induit par l'inclusion de S dans V .

On sait que l'application $\lambda_S: \mathcal{H}^{m-i}(S, C) \rightarrow \mathcal{H}^{m+i-2}(S, C)$ qui, pour $i=2, 3$ envoie toute $(m-i)$ -forme harmonique ϕ^{m-i} de S sur $J_S^{i-1} \wedge \phi^{m-i}$ est un isomorphisme.

Soit $\lambda: \mathcal{H}^{m-i}(V, C) \rightarrow \mathcal{H}^{m+i-2}(V, C)$ l'application qui, pour $i=2, 3$, envoie toute $(m-i)$ -forme harmonique ψ^{m-i} de V sur $J^{i-1} \wedge \psi^{m-i}$; on sait que c'est un monomorphisme.

On montre comme au (2) de la démonstration du Lemme 6 de [4], que le diagramme suivant est commutatif:

$$\begin{array}{ccccccc}
 H^{m+i-2}(V, C) & \xleftarrow{\approx} & \mathcal{H}^{m+i-2}(V, C) & \xleftarrow{\lambda} & \mathcal{H}^{m-i}(V, C) & \xleftarrow{\approx} & H^{m-i}(V, C) \\
 j^* \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & j_0^* \downarrow \\
 H^{m+i-2}(S, C) & \xleftarrow{\approx} & \mathcal{H}^{m+i-2}(S, C) & \xleftarrow{\lambda_S} & \mathcal{H}^{m-i}(S, C) & \xleftarrow{\approx} & H^{m-i}(S, C);
 \end{array}$$

les homomorphismes verticaux sont induits par l'inclusion de S dans V , l'homomorphisme $\mathcal{H}^r(V, C) \rightarrow \mathcal{H}^r(S, C)$ appliquant toute r -forme harmonique de V sur la composante harmonique de sa restriction à S . Il en résulte le diagramme commutatif:

$$\begin{array}{ccc}
 H^{m+i-2}(V, C) & \xleftarrow{\lambda'} & H^{m-i}(V, C) \\
 j^* \downarrow & & j_0^* \downarrow \\
 H^{m+i-2}(S, C) & \xleftarrow{\lambda'_S} & H^{m-i}(S, C),
 \end{array}$$

où λ'_S est un isomorphisme et λ' un monomorphisme. Mais, pour $i=2, 3$, d'après le Lemme C, $j_0^* = \lambda_S'^{-1} \circ j^* \circ \lambda'$ est un isomorphisme, donc $j^* \circ \lambda'$ est un isomorphisme, et j^* est un épimorphisme. Il en résulte que j , donc a , est un monomorphisme, c.q.f.d.

PROPOSITION 7'. Si V est une variété kählérienne compacte, S un ensemble analytique principal de V satisfaisant aux conditions (1) et (2) alors, pour $p+q \geq m+1$, on a:

$$\dim H^q(V, \mathcal{R}_S^p) = \dim H^{p-1, q}(S, C) + \dim H^q(S, \Omega^p(\{S\}_s));$$

si, en outre, S satisfait à (3), alors,

pour $p+q \leq m-2$ ou $p+q=m$, $q \neq 0$, on a :

$$\dim H^q(V, \mathcal{R}_S^p) = \dim H^{p-1, q}(V, C) + \dim H^q(S, \Omega^p(\{S\}_s));$$

pour $p+q=m-1$, on a :

$$\begin{aligned} \dim H^{m-p-1}(V, \mathcal{R}_S^p) &= \dim H^{p-1, m-p-1}(V, C) + \dim H^{p-1, m-p}(V, C) \\ &\quad - \dim H^{p-1, m-p}(S, C) + \dim H^{m-p-1}(S, \Omega^p(\{S\}_s)); \end{aligned}$$

pour $p=m$ et $q=0$, on a :

$$\dim H^0(V, \mathcal{R}_S^m) = \dim H^{m-1, 0}(S, C).$$

Démonstration. (a) Le faisceau M_S^p étant isomorphe à $\Omega^p(\{S\})$, pour $p+q \geq m+1$ (resp. $1 \leq q \leq m$), si S satisfait aux conditions (1) et (2) (resp. aux conditions (1), (2) et (3)), d'après le Lemme A (resp. le Lemme B), on a : $H^q(V, M_S^p) = 0$. Alors, on sait [4] que, si $H^{t+1}(V, M_S^p) = 0$, conoyau $[H^t(V, \mathcal{R}_S^p) \rightarrow H^t(V, \mathcal{Q}_S^p)]$ est isomorphe au noyau de $k' : H^{p-1, t+1}(S, C) \rightarrow H^{p, t+2}(V, C)$.

Les parties (b) et (c) de la démonstration de la Proposition 7 de [4] peuvent être complétées ainsi :

(b) On a vu dans [4] que k' est la restriction, aux classes de formes de type $(p-1, t+1)$ de l'homomorphisme a du Lemme 6', après multiplication par $2\pi i$ et que l'image de k' est, au produit près par $2\pi i$, la partie de l'image de a constituée par les classes de type $(p, t+2)$.

Alors, d'après le Lemme 6' :

si $p+t \neq m-1$, k' est un monomorphisme, donc le noyau de k' est nul et, d'après (a) : conoyau $[H^t(V, \mathcal{R}_S^p) \rightarrow H^t(V, \mathcal{Q}_S^p)] = 0$;

si $p+t = m-1$, k' est un épimorphisme, donc la dimension du noyau de k' est :

$$\begin{aligned} \dim H^{p-1, m-p}(S, C) - \dim H^{p, m-p+1}(V, C) \\ = \dim \text{conoyau } [H^{m-p-1}(V, \mathcal{R}_S^p) \rightarrow H^{m-p-1}(V, \mathcal{Q}_S^p)]. \end{aligned}$$

(c) On a montré, dans [4], que :

$$\begin{aligned} \dim H^q(V, \mathcal{R}_S^p) &= \dim H^{p-1, q}(S, C) + \dim H^q(S, \Omega^p(\{S\}_s)) \\ &\quad - \dim \text{conoyau } [H^{q-1}(V, \mathcal{R}_S^p) \rightarrow H^{q-1}(V, \mathcal{Q}_S^p)] \\ &\quad - \dim \text{conoyau } [H^q(V, \mathcal{R}_S^p) \rightarrow H^q(V, \mathcal{Q}_S^p)], \end{aligned}$$

donc, d'après (b) :

si $p+q-1 \neq m-1$, $p+q \neq m-1$, on a :

$$\dim H^q(V, \mathcal{R}_S^p) = \dim H^{p-1,q}(S, C) + \dim H^q(S, \Omega^p(\{S\}_S)); \text{ en outre,}$$

si $p+q \leq m-2$, on a : $H^{p-1,q}(S, C) \approx H^{p-1,q}(V, C)$, d'après le Lemme D ;

si $p+q = m-1$, on a :

$$\begin{aligned} \dim H^{m-p-1}(V, \mathcal{R}_S^p) &= \dim H^{p-1,m-p-1}(V, C) + \dim H^{p-1,m-p}(V, C) \\ &\quad - \dim H^{p-1,m-p}(S, C) + \dim H^{m-p-1}(S, \Omega^p(\{S\}_S)), \end{aligned}$$

compte tenu du Lemme D ;

si $p+q = m$ et $q \neq 0$, on a :

$$\dim H^{m-p}(V, \mathcal{R}_S^p) = \dim H^{p-1,m-p}(V, C) + \dim H^{m-p}(S, \Omega^p(\{S\}_S)),$$

compte tenu du Lemme D ;

si $p = m$ et $q = 0$, on a :

$$\mathcal{R}_S^m \approx \Omega^{m-1}[S], \text{ donc : } \dim H^0(V, \mathcal{R}_S^m) = \dim H^{m-1,0}(S, C).$$

PROPOSITION 13'. Si V est une variété kählérienne compacte, S un ensemble analytique principal de V satisfaisant aux conditions (1) et (2) pour $p+t \geq m$ et aux conditions (1), (2) et (3) pour $p+t < m$, alors on a $k_1^{p,t+1} = 0$ lorsque $t \geq 0$.

En effet, dans les conditions de la proposition : $H^{t+1}(V, M_S^p) = 0$, d'après les Lemmes A et B respectivement, donc :

$$k_1^{p,t+1} = \text{conoyau } [H^t(V, \mathcal{R}_S^p) \rightarrow H^{t+1}(V, \Omega^p)] = 0.$$

PROPOSITION 15'. Si V est une variété kählérienne compacte, S un ensemble analytique principal de V satisfaisant aux conditions (1) et (2), alors :
pour $p+t \leq m-1$ ou $p=0$, $t=m$, on a :

$$\dim k_2^{p,t+1} = \dim K^{p,t+1}(V, C) - \dim K^{p-1,t}(V, C);$$

pour $p+t \geq m+1$ ou $p > 0$, $p+t = m$, on a :

$$\dim k_2^{p,t+1} = 0.$$

La démonstration de la Proposition 15 de [4] est valable ici, après remplacement du Lemme 6 par le Lemme 6' et en tenant compte du Lemme D.

PROPOSITION 16'. Si V est une variété kählérienne compacte, S un ensemble analytique principal de V satisfaisant aux conditions (1) et (2) pour $p+t \geq m$ et aux conditions (1), (2) et (3) pour $p+t < m$, alors :

pour $p > 0$, $\dim k_3^{p,t+1} = \dim k_2^{p+1,t+1}$, i.e. :

- si $p > 0$ et $p+t \geq m$, on a: $\dim k_3^{p,t+1} = 0$;
 si $p > 0$ et $p+t = m-1$, on a: $\dim k_3^{p,m-p} = 0$;
 si $p > 0$ et $p+t \leq m-2$, on a:

$$\dim k_3^{p,t+1} = \dim K^{p+1,t+1}(V, C) - \dim K^{p,t}(V, C);$$

pour $p=0$, on a: $\dim k_3^{0,t+1} = \dim K^{1,t+1}(V, C)$.

La démonstration de la Proposition 16 de [4] est valable ici, en y remplaçant la Proposition 15 et le Théorème 1 de [5] par la Proposition 15' et les Lemmes A et B respectivement, et en tenant compte du Lemme D.

3. Conclusions.

THÉORÈME 17'. Si V est une variété kählérienne compacte, S un ensemble analytique principal de V satisfaisant aux conditions (1) et (2), alors:

- (A) (a) pour $p+q \geq m+1$, on a: $H^q(V, M_S^p) = 0$ et $H^q(S, \Omega^p(\{S\}_S)) = 0$;
 (b) pour $p=0$, on a: $H^q(V, m_S^0) = H^q(V, C)$;
 pour $p > 0$ et $p+q \geq m+1$, on a: $\dim H^q(V, m_S^p) = 0$;
 pour $p > 0$, $p+q = m$, on a:

$$\begin{aligned} \dim H^{m-p}(V, m_S^p) &= \dim K^{p,m-p}(V, C) - \dim K^{p-1,m-p-1}(V, C) \\ &\quad - \dim K^{p-1,m-p}(V, C) + \dim K^{p-1,m-p}(S, C); \end{aligned}$$

pour $p+q \leq m-1$, on a:

$$\dim H^q(V, m_S^p) = \dim K^{p,q}(V, C) - \dim K^{p-1,q-1}(V, C);$$

- (c) pour $p > 0$ et $p+q \geq m+1$, on a: $\dim H^q(V, dM_S^p) = 0$;
 pour $p=0$ et $q \geq m+1$, on a: $\dim H^q(V, dM_S^0) = \dim K^{0,q+1}(V, C)$;
 (B) si, en outre, S satisfait à la condition (3), alors:
 (a) pour $q > 0$, on a: $H^q(V, M_S^p) = 0$; et, de plus:
 pour $p+q = m$, on a: $\dim H^{m-p}(S, \Omega^p(\{S\}_S)) = 0$;
 pour $p+q = m-1$, on a:

$$\begin{aligned} \dim H^{m-p-1}(S, \Omega^p(\{S\}_S)) &= \dim H^{p,m-p}(V, C) - \dim H^{p-1,m-p-1}(V, C) \\ &\quad - \dim H^{p-1,m-p}(V, C) + \dim H^{p-1,m-p}(S, C); \end{aligned}$$

pour $p+q \leq m-2$, on a:

$$\dim H^q(S, \Omega^p(\{S\}_S)) = \dim H^{p,q+1}(V, C) - \dim H^{p-1,q}(V, C);$$

pour $q=0$,

si $p=m$, on a:

$$\dim H^0(V, M_S^m) = \dim H^{m,0}(V, C) - \dim H^{m-1,0}(V, C) + \dim H^{m-1,0}(S, C);$$

si $p=m-1$, on a:

$$\dim H^0(V, M_s^{m-1}) = \dim H^{m-1,0}(V, C) - \dim H^{m-1,1}(V, C) + \dim H^{m-2,1}(V, C) \\ + \dim H^{m-2,0}(V, C) - \dim H^{m-2,1}(S, C) + \dim H^0(S, \Omega^{m-1}(\{S\}_s));$$

si $p \leq m-2$, on a :

$$\dim H^0(V, M_s^p) = \dim H^{p,0}(V, C) - \dim H^{p,1}(V, C) + \dim H^{p-1,0}(V, C) \\ + \dim H^0(S, \Omega^p(\{S\}_s));$$

(b) pour $q > 0$, $p > 0$ et $p+q=m$, on a : $\dim H^{m-p}(V, dM_s^p) = 0$;

pour $q > 0$, $p > 0$ et $p+q=m-1$, on a :

$$\dim H^{m-p-1}(V, dM_s^p) = \dim K^{p,m-p}(V, C) - \dim K^{p-1,m-p-1}(V, C) \\ - \dim K^{p-1,m-p}(V, C) + \dim K^{p-1,m-p}(S, C);$$

pour $q > 0$, $p > 0$ et $p+q \leq m-2$, on a :

$$\dim H^q(V, dM_s^p) = \dim K^{p,q+1}(V, C) - \dim K^{p-1,q}(V, C);$$

pour $q > 0$ et $p=0$, on a : $\dim H^q(V, dM_s^0) = \dim K^{0,q+1}(V, C)$;

pour $q=0$, $p > 0$ et $p \neq m-1$, on a :

$$\dim H^0(V, dM_s^p) = \dim K^{p+1,0}(V, C) + \dim H^0(S, \Omega^p(\{S\}_s));$$

pour $q=0$ et $p=m-1 \neq 0$, on a :

$$\dim H^0(V, dM_s^{m-1}) = \dim K^{m,0}(V, C) - \dim K^{m-1,0}(V, C) \\ + \dim K^{m-1,0}(S, C) + \dim H^0(S, \Omega^{m-1}(\{S\}_s));$$

pour $q=0$ et $p=0$, on a :

$$\dim H^0(V, dM_s^0) = \dim K^{1,0}(V, C) + \dim H^0(S, \Omega^0(\{S\}_s)).$$

Démonstration.

(A) (a) pour $p+q \geq m+1$, on a : $H^q(V, M_s^p) = 0$ d'après le Lemme A.

Puisque $p+q \geq m+1$, il suffit de considérer le cas où $q \geq 1$; alors, d'après la formule (27) de [4] et la Proposition 13', on a : $\dim H^q(V, \mathcal{R}_s^p) = \dim H^{p,q+1}(V, C)$, donc, d'après la Proposition 7' et le Lemme D :

$$\dim H^q(S, \Omega^p(\{S\}_s)) = \dim H^{p,q+1}(V, C) - \dim H^{p-1,q}(S, C) \\ = \dim H^{m-q-1,m-p}(V, C) - \dim H^{m-q-1,m-p}(V, C) = 0.$$

(b) Pour $p=0$, on a : $m_s^0 = C$, donc $H^q(V, m_s^0) = H^q(V, C)$.

Pour $p > 0$, d'après la formule (28) et la Proposition 4 de [4], on a :

$$\dim H^q(V, m_s^p) = \dim K^{p-1,q}(S, C) - \dim K^{p,q+1}(V, C) \\ + \dim k_2^{p,q} + \dim k_2^{p,q+1},$$

alors, à l'aide de la Proposition 15', du Théorème 1.14 de [3] et du Lemme D, on obtient les résultats annoncés.

(c) La formule (29) de [4] entraîne:

$$\dim H^q(V, dM_s^p) = \dim H^q(V, \mathcal{S}_s^p) - \dim K^{p+1, q+1}(V, C) \\ + \dim k_3^{p, q} + \dim k_3^{p, q+1};$$

tenant compte de la Proposition 8 de [4], de la Proposition 16', de (A) (a), du Théorème 1.14 de [3] et du Lemme D, on en déduit la conclusion (A) (c) du théorème.

(B) (a) Pour $q > 0$, on a: $H^q(V, M_s^p) = 0$, d'après le Lemme B.

Pour $q > 0$, la formule (27) de [4] entraîne:

$$\dim H^q(V, \mathcal{R}_s^p) = \dim H^{p, q+1}(V, C) - \dim k_1^{p, q} - \dim k_1^{p, q+1},$$

d'où le résultat, d'après les Propositions 7' et 13'.

Pour $q = 0$, la formule (27) de [4] entraîne:

$$\dim H^0(V, M_s^p) = \dim H^0(V, \mathcal{R}_s^p) - \dim H^{p, 1}(V, C) + \dim H^{p, 0}(V, C) \\ + \dim k_1^{p, 1};$$

compte tenu des Propositions 7' et 13' et du Lemme D, cela fournit le résultat annoncé.

(b) La conclusion résulte de la formule (29) de [4], de la Proposition 8 de [4], de la Proposition 16', du Lemme D et du Théorème 1.14 de [3].

THÉORÈME 18'. Soient V une variété kählérienne compacte et S un ensemble analytique principal de V .

Si $q > 0$, alors, dans les conditions du Théorème 17':

$$\dim \mathcal{E}_s^{p+1, q} = \dim H^q(V, dM_s^p)$$

a été calculée ci-dessus.

Si S est sans singularité et si $\{S\}$ est suffisamment ample au sens de Kodaira et Spencer, la dimension de l'espace vectoriel des classes de $(p+1)$ -formes méromorphes localement exactes dont l'ensemble polaire est S à la multiplicité deux au plus, modulo les différentielles de formes méromorphes sur V dont l'ensemble polaire est S à la multiplicité un au plus est:

pour $p \leq m-2$ et $p = 0$:

$$\dim \mathcal{E}_s^{p+1, 0} = \dim K^{p, 1}(V, C) - \dim H^{p-1, 0}(V, C);$$

pour $p = m-1 \neq 0$:

$$\dim \mathcal{E}_s^{m, 0} = \dim K^{m-1, 1}(V, C) - \dim H^{m-2, 0}(V, C) - \dim K^{m-2, 1}(V, C) \\ + \dim K^{m-2, 1}(S, C).$$

Démonstration. Pour $q > 0$, dans les conditions du Théorème 17', on a: $H^q(V, M_S^p) = 0$, donc: $\mathcal{E}_S^{p+1, q} \approx H^q(V, dM_S^p)$.

Pour $q = 0$, $p \leq m - 1$, on a:

$$\dim \mathcal{E}_S^{p+1, 0} = \dim H^0(V, m_S^p) - \dim H^0(V, M_S^p) + \dim H^0(V, dM_S^p).$$

Alors, la conclusion résulte de la Proposition 12 de [4], du Théorème 17' et du Théorème 1.14 de [3].

BIBLIOGRAPHIE

1. Y. Akizuki and S. Nakano, *Note on Kodaira-Spencer's proof of Lefschetz theorem*, Proc. Japan Acad. vol. 30 (1954) pp. 266-272.
1. M. Baldassari, *Algebraic varieties*, Erg. Math. Berlin, Springer, 1956.
3. P. Dolbeault, *Formes différentielles et cohomologie sur une variété analytique complexe*, I, Ann. of Math. vol. 64 (1956) pp. 83-130.
4. ———, *Formes différentielles méromorphes localement exactes*, Trans. Amer. Math. Soc. vol. 82 (1956) pp. 494-518.
5. K. Kodaira, *On a differential-geometric method in the theory of analytic stacks*, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. vol. 39 (1953) pp. 1268-1273.
6. K. Kodaira and D. C. Spencer, *On a theorem of Lefschetz and the lemma of Enriques-Severi-Zariski*, Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. vol. 39 (1953) pp. 1273-1278.

UNIVERSITY OF BORDEAUX,
BORDEAUX, FRANCE